SAMPLE QUESTION PAPER

प्रतिदर्श प्रश्न पत्र

(2026-2027)

Code No. 149

MATHEMATICS

गणित

Time Allowed : 3 hours

Maximum Marks : 80

निर्धारित समय : 3 घंटे

अधिकतम अंक : 80

General Instructions :

Read the following instructions very carefully and strictly follow them :

1. *This question paper contains 38 questions. All questions are compulsory.*
2. *This question paper is divided into five sections - A, B, C, D, and E.*
3. *In Section A, question number 1 to 18 are Multiple Choice Questions (MCQ's) with only one correct option and question number 19 and 20 are Assertion-Reason based questions of 1 mark each.*
4. *In Section B, question number 21 to 25 are Very Short Answer (VSA) type questions carrying 2 marks each.*
5. *In Section C, question number 26 to 31 are Short Answer (SA) type questions carrying 3 marks each.*
6. *In Section D, question number 32 to 35 are Long Answer (LA) type questions carrying 5 marks each.*
7. *In Section E, question number 36 to 38 are Case Study Based questions carrying 4 marks each.*
8. *There is no overall choice. However, an internal choice has been provided in 2 questions of Section B, 3 questions of Section C, 2 questions of Section D and one sub part each in 2 questions in Section E.*
9. *Draw neat diagram wherever required.*
10. *Use of calculator is not allowed.*

सामान्य निर्देश :

निम्नलिखित निर्देशों को ध्यानपूर्वक पढ़ें एवं उनका पालन करें।

1. *इस प्रश्न पत्र में कुल 38 प्रश्न हैं। सभी प्रश्न अनिवार्य हैं।*
2. *यह प्रश्न पत्र पाँच खंडों क, ख, ग, घ और ङ में विभाजित हैं।*
3. *खंड क में, प्रश्न संख्या 1 से 18 बहुविकल्पीय प्रश्न (MCQ's) और प्रश्न संख्या 19 और 20 अभिकथन, कारण आधारित प्रश्न हैं, जिनमें से प्रत्येक के लिए 1 अंक दिया गया है।*
4. *खंड ख में, प्रश्न संख्या 21 से 25 बहुत संक्षिप्त उत्तर (VSA) प्रकार के प्रश्न हैं, जिनमें से प्रत्येक के लिए 2 अंक दिए गए हैं।*
5. *खंड ग में, प्रश्न संख्या 26 से 31 संक्षिप्त उत्तर (SA) प्रकार के प्रश्न हैं, जिनमें से प्रत्येक के लिए 3 अंक दिए गए हैं।*
6. *खंड घ में, प्रश्न संख्या 32 से 35 दीर्घ उत्तर (LA) प्रकार के प्रश्न हैं, जिनमें से प्रत्येक के लिए 5 अंक दिए गए हैं।*
7. *खंड ङ में, प्रश्न संख्या 36 से 38 स्थिति आधारित प्रश्न हैं, जिनमें से प्रत्येक प्रश्न 4 अंक का है।*
8. *कोई समग्र विकल्प नहीं है, यद्यपि खंड ख के 2 प्रश्नों, खंड ग के 3 प्रश्नों, खंड घ के 2 प्रश्नों और खंड ङ के 2 प्रश्नों के एक उपभाग में आंतरिक विकल्प दिए गए हैं।*
9. *आवश्यकतानुसार स्वच्छ आकृति बनाएँ।*
10. *कैलकुलेटर का उपयोग वर्जित है।*

SECTION-A

1. If a matrix $A = \begin{bmatrix} p & -3 \\ 2 & 4 \end{bmatrix}$ and $|A^3| = 216$, then value of p is:
(a) 6 (b) 2
(c) 0 (d) –2

2. If $A = \begin{bmatrix} -3 & 1 & 2 \\ 4 & 5 & 3 \\ 7 & 0 & -4 \end{bmatrix}$, then value of $a_{23} + c_{13}$ is:
(a) 5 (b) 17
(c) –20 (d) –32

3. The principal value of $\tan^{-1}(-\sqrt{3})$ and $\cos^{-1}\left(-\frac{1}{2}\right)$ are:
(a) $\frac{-\pi}{3}$ and $\frac{\pi}{3}$ (b) $\frac{2\pi}{3}$ and $\frac{2\pi}{3}$
(c) $\frac{-\pi}{3}$ and $\frac{2\pi}{3}$ (d) $\frac{\pi}{3}$ and $\frac{-2\pi}{3}$

4. The solution of the differential equation $\frac{dy}{dx} = e^{x-y}$ is:
(a) $e^y - e^x = c$ (b) $e^x + e^y = c$
(c) $e^x + e^{-y} = c$ (d) $e^x - e^{-y} = c$

5. Matrices A and B are inverse of each other only when:
(a) $AB = BA$ (b) $AB = 0, BA = I$
(c) $AB = BA = 0$ (d) $AB = BA = I$

6. If $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \\ 5 & 6 \end{bmatrix}$ and $B = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{bmatrix}$, then:
(a) Only AB is defined
(b) Only BA is defined
(c) AB and BA both are not defined
(d) AB and BA both are defined

7. If the matrix $A = \begin{bmatrix} 0 & 2 & x \\ -2 & y & 5 \\ 3 & -5 & 0 \end{bmatrix}$ is skew symmetric, then:
(a) $x = 2, y = 5$ (b) $x = -3, y = 0$
(c) $x = 3, y = 0$ (d) $x = -2, y = 5$

8. If $|\vec{a}| = 10, |\vec{b}| = 4$ and $\vec{a}.\vec{b} = 25$, then $|\vec{a} \times \vec{b}|$ is equal to:
(a) 32 (b) 30
(c) 28 (d) 0

खण्ड-क

1. यदि एक आव्यूह $A = \begin{bmatrix} p & -3 \\ 2 & 4 \end{bmatrix}$ और $|A^3| = 216$, हो तो p का मान होगा: 1
(क) 6 (ख) 2
(ग) 0 (घ) –2

2. यदि $A = \begin{bmatrix} -3 & 1 & 2 \\ 4 & 5 & 3 \\ 7 & 0 & -4 \end{bmatrix}$, तो $a_{23} + c_{13}$ का मान होगा: 1
(क) 5 (ख) 17
(ग) –20 (घ) –32

3. $\tan^{-1}(-\sqrt{3})$ और $\cos^{-1}\left(-\frac{1}{2}\right)$ का मुख्य मान है: 1
(क) $\frac{-\pi}{3}$ और $\frac{\pi}{3}$ (ख) $\frac{2\pi}{3}$ और $\frac{2\pi}{3}$
(ग) $\frac{-\pi}{3}$ और $\frac{2\pi}{3}$ (घ) $\frac{\pi}{3}$ और $\frac{-2\pi}{3}$

4. अवकल समीकरण $\frac{dy}{dx} = e^{x-y}$ का हल है: 1
(क) $e^y - e^x = c$ (ख) $e^x + e^y = c$
(ग) $e^x + e^{-y} = c$ (घ) $e^x - e^{-y} = c$

5. आव्यूह A और B एक दूसरे के व्युत्क्रम होंगे, केवल यदि: 1
(क) $AB = BA$ (ख) $AB = 0, BA = I$
(ग) $AB = BA = 0$ (घ) $AB = BA = I$

6. यदि $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \\ 5 & 6 \end{bmatrix}$ और $B = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{bmatrix}$, तो: 1
(क) केवल AB परिभाषित है।
(ख) केवल BA परिभाषित है।
(ग) AB और BA दोनों परिभाषित नहीं है
(घ) AB और BA दोनों परिभाषित हैं

7. यदि आव्यूह $A = \begin{bmatrix} 0 & 2 & x \\ -2 & y & 5 \\ 3 & -5 & 0 \end{bmatrix}$ विषम सममित है, तो: 1
(क) $x = 2, y = 5$ (ख) $x = -3, y = 0$
(ग) $x = 3, y = 0$ (घ) $x = -2, y = 5$

8. यदि $|\vec{a}| = 10, |\vec{b}| = 4$ और $\vec{a}.\vec{b} = 25$ हो तो $|\vec{a} \times \vec{b}|$ का मान होगा: 1
(क) 32 (ख) 30
(ग) 28 (घ) 0

9. If the vector $\vec{a}$ is collinear with vector $\vec{b} = \hat{\imath} - 3\hat{\jmath} + 4\hat{k}$ and satisfying $\vec{a}.\vec{b} = 39$, then $\vec{a}$ is:
(a) $\frac{1}{2}(\hat{\imath} - 3\hat{\jmath} + 4\hat{k})$ (b) $\frac{1}{2}(3\hat{\imath} - 9\hat{\jmath} + 12\hat{k})$
(c) $\frac{3}{2}(3\hat{\imath} - 9\hat{\jmath} + 12\hat{k})$ (d) $3\hat{\imath} - 9\hat{\jmath} + 12\hat{k}$

10. The angle between the lines $2x = 3y = -z$ and $6x = -y = -4z$ is:
(a) 30° (b) 45°
(c) 60° (d) 90°

11. Megha is practicing for shooting tournament. The probability of her shooting the target in the first, second and third shots are 0.5,0.3,0.2 respectively. The probability of at least one shot of Megha hitting the target is:
(a) 0.030 (b) 0.072
(c) 0.03 (d) 0.72

12. $\int_{-1}^{2} \frac{|x|}{x} dx$ is equal to:
(a) 0 (b) 1
(c) 2 (d) 3

13. $\int 5^x 3^x dx$ is equal to:
(a) $\frac{3^x}{\log 3} + c$ (b) $\frac{5^x}{\log 5} + c$
(c) $\frac{3^x 5^x}{\log 5 \log 3} + c$ (d) $\frac{15^x}{\log 15} + c$

14. If $x = a(1 - \cos t)$ and $y = a(t - \sin t)$, then $\frac{dy}{dx}$ is equal to:
(a) $\tan\frac{t}{2}$ (b) $-\tan\frac{t}{2}$
(c) $\cot\frac{t}{2}$ (d) $-\cot\frac{t}{2}$

15. The maximum value of $\frac{\log x}{x}$ is:
(a) e (b) $\frac{1}{e}$
(c) 2e (d) $\frac{2}{e}$

16. The derivative of $f(x) = |x-2| + |x-4|$ at $x = 3$ is:
(a) 0 (b) 2
(c) –2 (d) 1

9. यदि सदिश $\vec{a}$ और सदिश $\vec{b} = \hat{\imath} - 3\hat{\jmath} + 4\hat{k}$ दो सरेख सदिश हैं और $\vec{a}.\vec{b} = 39$ को संतुष्ट करते हैं, तो सदिश $\vec{a}$ होगा: 1
(क) $\frac{1}{2}(\hat{\imath} - 3\hat{\jmath} + 4\hat{k})$ (ख) $\frac{1}{2}(3\hat{\imath} - 9\hat{\jmath} + 12\hat{k})$
(ग) $\frac{3}{2}(3\hat{\imath} - 9\hat{\jmath} + 12\hat{k})$ (घ) $3\hat{\imath} - 9\hat{\jmath} + 12\hat{k}$

10. रेखाओं $2x = 3y = -z$ और $6x = -y = -4z$ के मध्य कोण हैं: 1
(क) 30° (ख) 45°
(ग) 60° (घ) 90°.

11. मेघा निशानेबाजी प्रतियोगिता का अभ्यास कर रही है। उसके द्वारा पहले, दूसरे और तीसरे प्रयास में लक्ष्य को भेदने की प्रायिकता क्रमशः 0.5, 0.3 और 0.2 है। मेघा द्वारा लक्ष्य को भेदने के लिए कम से कम एक निशाना लगने की प्रायिकता होगी: 1
(क) 0.030 (ख) 0.072
(ग) 0.03 (घ) 0.72

12. $\int_{-1}^{2} \frac{|x|}{x} dx$ का मान होगा: 1
(क) 0 (ख) 1
(ग) 2 (घ) 3

13. $\int 5^x 3^x dx$ का मान होगा: 1
(क) $\frac{3^x}{\log 3} + c$ (ख) $\frac{5^x}{\log 5} + c$
(ग) $\frac{3^x 5^x}{\log 5 \log 3} + c$ (घ) $\frac{15^x}{\log 15} + c$

14. यदि $x = a(1 - \cos t)$ और $y = a(t - \sin t)$ हो, तो $\frac{dy}{dx}$ का मान होगा: 1
(क) $\tan\frac{t}{2}$ (ख) $-\tan\frac{t}{2}$
(ग) $\cot\frac{t}{2}$ (घ) $-\cot\frac{t}{2}$

15. $\frac{\log x}{x}$ का अधिकतम मान है: 1
(क) e (ख) $\frac{1}{e}$
(ग) 2e (घ) $\frac{2}{e}$

16. $x = 3$ पर $f(x) = |x-2| + |x-4|$ का अवकलज होगा: 1
(क) 0 (ख) 2
(ग) –2 (घ) 1

17. Let $f(x)$ be a continuous function on $[a,b]$ and differentiable in (a,b). This function $f(x)$ is strictly increasing in (a,b) if:

(a) $f'(x) > 0$ (b) $f'(x) < 0$

(c) $f'(x) = 0$ (d) $f(x) = 0$

17. माना $f(x), [a,b]$ पर एक सतत फलन है और (a,b) में अवकलनीय है। यह फलन $f(x), (a,b)$ में निरंतर वर्धमान होगा, यदि: 1

(क) $f'(x) > 0$ (ख) $f'(x) < 0$

(ग) $f'(x) = 0$ (घ) $f(x) = 0$

18. Area of the region bounded by the curve $y = \cos x$ between $x = 0$ and $x = 2\pi$ is:

(a) 4 square units (b) 3 square units

(c) 2 square units (d) 1 square unit

18. उस क्षेत्र का क्षेत्रफल जो वक्र $y = \cos x$, $x = 0$ और $x = 2\pi$ के बीच घिरा हो, होगा: 1

(क) 4 वर्ग इकाई (ख) 3 वर्ग इकाई

(ग) 2 वर्ग इकाई (घ) 1 वर्ग इकाई

Directions: In question number 19 and 20, a statement of Assertion (A) is followed by a statement of Reason (R). Choose the correct option from the following:

(a) Both Assertion (A) and Reason (R) are true and Reason (R) is correct explanation of Assertion (A).

(b) Both Assertion (A) and Reason (R) are true but Reason (R) is not the correct explanation of Assertion (A).

(c) Assertion (A) is true, but Reason (R) is false.

(d) Assertion (A) is false, but Reason (R) is true.

निर्देश: प्रश्न संख्या 19 और 20 में अभिकथन (A) के बाद कारण (R) दिया गया है। निम्नलिखित में से सही विकल्प का चयन कीजिए।

(क) अभिकथन (A) और कारण (R) दोनों सत्य हैं और कारण (R), अभिकथन (A) की सही व्याख्या है।

(ख) अभिकथन (A) और कारण (R) दोनों सत्य हैं लेकिन कारण (R), अभिकथन (A) की सही व्याख्या नहीं है।

(ग) अभिकथन (A) सत्य है, लेकिन कारण (R) असत्य है।

(घ) अभिकथन (A) असत्य है, लेकिन कारण (R) सत्य है।

19. **Assertion (A):** The function $f: R \to R$ defined by $f(x) = [x] + x$ is one-one and onto.

Reason (R): A function is said to be one-one and onto, if each element of domain has unique image and range of $f(x)$ is equal to codomain of $f(x)$.

19. **अभिकथन (A):** $f: R \to R$ जहाँ $f(x) = [x] + x$ द्वारा परिभाषित फलन एकैकी तथा आच्छादक है। 1

कारण (R): एक फलन को एकैकी तथा आच्छादक कहा जाता है यदि प्रांत के प्रत्येक अवयव का एक अद्वितीय प्रतिबिंब हो और $f(x)$ का परिसर तथा $f(x)$ का सहप्रांत समान हों।

20. **Assertion (A):** If $\vec{a} = \hat{i} - 4\hat{j} + 5\hat{k}$ and $\vec{b} = 2\hat{i} - 8\hat{j} + p\hat{k}$ are parallel, then the value of p is 10.

Reason (R): Vectors $\vec{a} = a_1\hat{i} + a_2\hat{j} + a_3\hat{k}$ and $\vec{b} = b_1\hat{i} + b_2\hat{j} + b_3\hat{k}$ are parallel if $\frac{a_1}{b_1} = \frac{a_2}{b_2} = \frac{a_3}{b_3}$.

20. **अभिकथन (A):** यदि $\vec{a} = \hat{i} - 4\hat{j} + 5\hat{k}$ और $\vec{b} = 2\hat{i} - 8\hat{j} + p\hat{k}$ समांतर हों, तो p का मान 10 होगा। 1

कारण (R): सदिश $\vec{a} = a_1\hat{i} + a_2\hat{j} + a_3\hat{k}$ और $\vec{b} = b_1\hat{i} + b_2\hat{j} + b_3\hat{k}$ समांतर होंगे यदि $\frac{a_1}{b_1} = \frac{a_2}{b_2} = \frac{a_3}{b_3}$

SECTION-B

खण्ड-ख

21. (a) Draw the graph of $y = \cos^{-1} x$ for domain $[-1,1]$ to its principal value branch.

OR

21. (क) $y = \cos^{-1} x$ का आलेख प्रान्त $[-1,1]$ से इसकी मुख्य मान शाखा तक बनाइए। 2

अथवा

21. (b) If $\tan^{-1} x = \sin^{-1}\left(\frac{1}{2}\right)$, find the value of x.

21. (ख) यदि $\tan^{-1} x = \sin^{-1}\left(\frac{1}{2}\right)$ हो, तो x का मान ज्ञात कीजिए। 2

22. Find the vector and cartesian equation of the line passing through the points $P(2,3,4)$ and $Q(4,6,-3)$.

22. बिन्दु $P(2,3,4)$ और $Q(4,6,-3)$ से गुजरने वाली रेखा की सदिश समीकरण और कार्तीय समीकरण ज्ञात कीजिए। 2

23. Evaluate $\int_{\frac{1}{2}}^{2} \frac{1}{x+4-x^2} dx$

23. $\int_{\frac{1}{2}}^{2} \frac{1}{x+4-x^2} dx$ काम मान ज्ञात कीजिए। 2

24. If $f(x) = \begin{cases} 2x-3, & -3 \le x \le -2 \\ x+1, & -2 < x \le 0 \end{cases}$, then check the differentiability of $f(x)$ at $x = -2$

24. यदि $f(x) = \begin{cases} 2x-3, & -3 \le x \le -2 \\ x+1, & -2 < x \le 0 \end{cases}$, तो $x = -2$ पर $f(x)$ की अवकलनीयता की जाँच कीजिए। 2

25. (a) The two equal sides of an isosceles triangle with fixed base 6 cm are decreasing at the rate of 3 cm/sec. How fast is the area decreasing when two equal sides are equal to the base?

25. (क) निश्चित आधार 6 सेमी वाले एक समद्विबाहु त्रिभुज की दो समान भुजाओं में 3 सेमी/सेकण्ड की दर से ह्रास हो रहा है। उस समय जब त्रिभुज की दो समान भुजाएँ आधार के बराबर हों, तो उसके क्षेत्रफल में कितनी तेजी से ह्रास होगा? 2

OR / अथवा

25. (b) The volume of a sphere is increasing at the rate of 3 cm^3/sec. Find the rate of increase of its surface area, when the radius is 3 cm.

25. (ख) एक गोले का आयतन 3 सेमी^{3}/सेकण्ड की दर से बढ़ रहा है। उसके पृष्ठीय क्षेत्रफल के बढ़ने की दर को ज्ञात कीजिए, जबकि इसकी त्रिज्या 3 सेमी हो। 2

SECTION-C

खण्ड-ग

26. (a) Let $\vec{a} = \hat{\imath} + 4\hat{\jmath} + 2\hat{k}, \vec{b} = 3\hat{\imath} - 2\hat{\jmath} + 7\hat{k}$ and $\vec{c} = 2\hat{\imath} - \hat{\jmath} + 4\hat{k}$. Find a vector $\vec{d}$ which is perpendicular to both $\vec{a}$ and $\vec{b}$, and $\vec{c}.\vec{d} = 15$.

26. (क) माना $\vec{a} = \hat{\imath} + 4\hat{\jmath} + 2\hat{k}, \vec{b} = 3\hat{\imath} - 2\hat{\jmath} + 7\hat{k}$ और $\vec{c} = 2\hat{\imath} - \hat{\jmath} + 4\hat{k}$, एक सदिश $\vec{d}$ ज्ञात कीजिए, जो $\vec{a}$ और $\vec{b}$ दोनों के लंबवत हो तथा $\vec{c}.\vec{d} = 15$ हो। 3

OR / अथवा

26. (b) If $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ are three mutually perpendicular unit vectors, then show that $|2\vec{a} + \vec{b} + \vec{c}| = \sqrt{6}$

26. (ख) यदि $\vec{a}, \vec{b}$ और $\vec{c}$ परस्पर लंबवत इकाई सदिश हो, तो दर्शाइए कि $|2\vec{a} + \vec{b} + \vec{c}| = \sqrt{6}$ होगा। 3

27. Find the probability distribution of the number of white balls drawn when 2 balls are drawn, one by one, without replacement from a bag containing 3 white and 3 black balls.

27. एक थैला जिसमें 3 सफेद तथा 3 काली गेंदे हैं, में से एक के बाद एक, बिना प्रतिस्थापना के 2 गेंदे निकाली जाती है। निकाली गई सफेद गेंदों का प्रायिकता बंटन ज्ञात कीजिए। 3

28. (a) Solve the differential equation:

$$\frac{dy}{dx} = \frac{y}{x} + \sin\frac{y}{x}$$

28. (क) अवकल समीकरण $\frac{dy}{dx} = \frac{y}{x} + \sin\frac{y}{x}$ को हल कीजिए। 3

OR / अथवा

28. (b) Solve the differential equation:

$$\frac{dy}{dx} - \frac{y}{x} = 2x^2$$

28. (ख) अवकल समीकरण $\frac{dy}{dx} - \frac{y}{x} = 2x^2$ को हल कीजिए। 3

29. Find the area bounded by the line $y = 2x + 3$, between the ordinates $x = -3$ and $x = 2$ and x-axis. (using integration)

29. रेखा $y = 2x + 3$, x-अक्ष एवं कोटियों $x = -3$ और $x = 2$ से घिरे क्षेत्र का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए। (समाकलन का उपयोग करके) 3

30. (a) If $(ax+b)e^{\frac{y}{x}} = x$, then show that

$$x^3\frac{d^2y}{dx^2} = \left(x\frac{dy}{dx} - y\right)^2$$

OR

30. (b) Differentiate with respect to x

$y = x^y + y^x + a^x + x^a$ where a is constant greater than zero.

31. Find the intervals in which the function $f(x) = 2x^3 - 9x^2 + 12x + 15$ is strictly increasing or strictly decreasing.

SECTION-D

32. If $A = \begin{bmatrix} 3 & -2 & 1 \\ 2 & 1 & -3 \\ -1 & 2 & 1 \end{bmatrix}$ Find A^{-1}.

Using A^{-1}, solve the following system of equations:

$$3x - 2y + z = 2$$
$$2x + y - 3z = -5$$
$$-x + 2y + z = 6$$

33. (a) Find the shortest distance between the lines: $\frac{x+1}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-9}{-3}$ and $\frac{x-3}{2} = \frac{y+15}{-7} = \frac{z-9}{5}$

OR

33. (b) Find the coordinate of image of the point $P(3,-1,5)$ in the line $\vec{r} = 2\hat{\imath} + 3\hat{\jmath} + 4\hat{k} + \lambda(2\hat{\imath} - \hat{\jmath} + \hat{k})$. Find the coordinate of foot of the perpendicular from point P on the given line.

34. Solve the following linear programming problem graphically:

Maximise $z = 200x + 300y$

Subject to constraints

$$x + 2y \le 12$$
$$2x + y \le 12$$
$$4x + 5y \ge 20$$
$$x \ge 0, y \ge 0$$

35. (a) Evaluate:

$$\int_0^{\pi} \frac{x}{1+\cos a \sin x}dx$$

OR

35. (b) Evaluate:

$$\int \frac{\sin 2x}{(1-\sin x)(1+\sin^2 x)}dx$$

30. (क) यदि $(ax+b)e^{\frac{y}{x}} = x$ हो, तो दर्शाइए कि 3

$$x^3\frac{d^2y}{dx^2} = \left(x\frac{dy}{dx} - y\right)^2$$

अथवा

30. (ख) $y = x^y + y^x + a^x + x^a$, जहाँ $a > 0$ एक स्थिरांक है, को x के सापेक्ष अवकलन कीजिए। 3

31. वह अंतराल ज्ञात कीजिए जिनमें फलन $f(x) = 2x^3 - 9x^2 + 12x + 15$ निरंतर वर्धमान या निरंतर ह्रासमान है। 3

खण्ड-घ

32. यदि $A = \begin{bmatrix} 3 & -2 & 1 \\ 2 & 1 & -3 \\ -1 & 2 & 1 \end{bmatrix}$ हो, तो A^{-1} ज्ञात कीजिए। 5

A^{-1} का उपयोग करके निम्नलिखित समीकरण निकायों को हल कीजिए।

$$3x - 2y + z = 2$$
$$2x + y - 3z = -5$$
$$-x + 2y + z = 6$$

33. (क) रेखाओं $\frac{x+1}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-9}{-3}$ और $\frac{x-3}{2} = \frac{y+15}{-7} = \frac{z-9}{5}$ के बीच न्यूनतम दूरी ज्ञात कीजिए। 5

अथवा

33. (ख) रेखा $\vec{r} = 2\hat{\imath} + 3\hat{\jmath} + 4\hat{k} + \lambda(2\hat{\imath} - \hat{\jmath} + \hat{k})$ में बिन्दु $P(3,-1,5)$ के प्रतिबिम्ब के निर्देशांक ज्ञात कीजिए। दी गई रेखा पर बिन्दु P से डाले गए लंब के पाद के निर्देशांक ज्ञात कीजिए। 5

34. ग्राफीय विधि से निम्न रैखिक प्रोग्रामन समस्याओं को हल कीजिए: 5

निम्न अवरोधों के अंतर्गत $z = 200x + 300y$ का अधिकतमीकरण कीजिए:

$$x + 2y \le 12$$
$$2x + y \le 12$$
$$4x + 5y \ge 20$$
$$x \ge 0, y \ge 0$$

35. (क) $\int_0^{\pi} \frac{x}{1+\cos a \sin x}dx$ का मान ज्ञात कीजिए। 5

अथवा

35. (ख) $\int \frac{\sin 2x}{(1-\sin x)(1+\sin^2 x)}dx$ हल कीजिए। 5

SECTION-E

36. We see many big hospitals around us in metro cities. A large multi-speciality hospital maintains a digital record of its patients. The hospital administration decided to group patients on the basis of their blood groups, assuming that this information is extremely helpful and important during surgeries, blood transfusions etc.

For this purpose, they define a relation R on the set of patients as follows:

$R = \{(x, y): x$ and y are patietns having the same blood group$\}$

Suppose hospital has a small record of 10 patients $\{P_1, P_2, P_3, \dots P_{10}\}$, their respective blood group recorded as:

$$P_1 \to B, P_2 \to A, P_3 \to O, P_4 \to AB, P_5 \to A,$$
$$P_6 \to A, P_7 \to B, P_8 \to AB, P_9 \to A, P_{10} \to B$$

Based on the above information answer the following questions:

(a) Find whether the relation R is reflexive or not.

(b) Find whether the relation R is symmetric or not.

(c) Find whether the relation R is an equivalence relation or not.

OR

(c) Write all the equivalence classes determined by this relation. Also find that how many distinct equivalence class are obtained from their records.

37. In a school, teacher organised a talent hunt competition among three groups A, B and C and gave some problems to solve. The probability of solving the problems by A, B and C are 38%, 36% and 26% respectively. The probability of committing errors in solving problems by groups A, B and C are 2%, 3% and 4% respectively.

Based on the above information answer the following questions:

(a) Find the total probability of committing errors in solving the problems.

खण्ड-ङ

36. महानगरों में हम अपने आस-पास कई बड़े अस्पताल देखते हैं। एक बड़ा बहु विशेषज्ञ अस्पताल अपने रोगियों का डिजिटल रिकॉर्ड रखता है। अस्पताल प्रशासन ने रोगियों को उनके रक्त समूह के आधार पर वर्गीकृत करने का निर्णय लिया। यह मानते हुए कि यह जानकारी शल्य चिकित्सा, रक्त आधान आदि के दौरान बहुत उपयोगी और महत्त्वपूर्ण होती है।

इस उद्देश्य के लिए, वे रोगियों के समूह के बीच एक संबंध R को इस प्रकार परिभाषित करते हैं:

$R = \{(x, y): x$ और y वे रोगी हैं जिनका रक्त समूह समान है।$\}$

मान लीजिए कि अस्पताल में 10 रोगियों का एक छोटा सा रिकॉर्ड है: $\{P_1, P_2, P_3, \dots P_{10}\}$ इनके संबंधित रक्त समूह को निम्न रूप में रिकॉर्ड किया गया है।

$$P_1 \to B, P_2 \to A, P_3 \to O, P_4 \to AB, P_5 \to A,$$
$$P_6 \to A, P_7 \to B, P_8 \to AB, P_9 \to A, P_{10} \to B$$

उपरोक्त सूचना के आधार पर निम्नलिखित प्रश्नों के उत्तर दीजिए:

(क) पता लगाइए कि संबंध R स्वतुल्य है या नहीं। 1

(ख) पता लगाइए कि संबंध R सममित है या नहीं। 1

(ग) पता लगाइए कि संबंध में तुल्यता संबंध है या नहीं। 2

अथवा

(ग) इस संबंध द्वारा निर्धारित सभी तुल्यता वर्ग लिखिए। यह भी ज्ञात कीजिए कि कितने तुल्यता वर्ग उनके रिकॉर्डों से प्राप्त होते हैं? 2

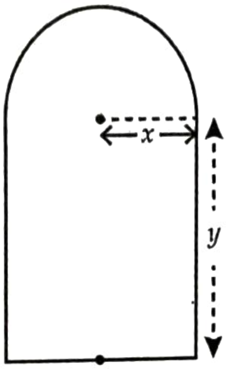
37. एक विद्यालय में, अध्यापक ने तीन समूहों A, B और C के बीच एक प्रतिभा खोज प्रतियोगिता का आयोजन किया और उन्हें हल करने के लिए कुछ समस्याएँ दीं। A, B और C द्वारा समस्याओं को हल करने की प्रायिकता क्रमशः 38%, 36% और 26% है। समूहों A, B और C द्वारा समस्याओं को हल करने में त्रुटियाँ करने की प्रायिकता क्रमशः 2%, 3% और 4% है।

उपरोक्त सूचना के आधार पर निम्नलिखित प्रश्नों के उत्तर दीजिए:

(क) समस्याओं को हल करने में त्रुटियाँ करने की कुल प्रायिकता ज्ञात कीजिए। 2

(b) If teacher find that there is an error in solving problem, then find the probability that the problem is not solved by group B.

38. Mr. Sharma consults with a vastu consultant to build a new house. Vastu consultant suggests him that in his drawing room the shape of window should be rectangular surmounted by a semi-circular opening. The perimeter of the window is 14 m.



Based on the above information, answer the following questions:

(a) If radius of semi-circular opening is x m, and height of the rectangular part is y m, then find the relation between y and x.

(b) Find the area enclosed by the window in terms of x.

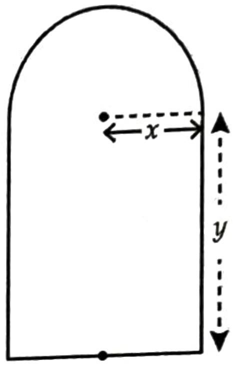
(c) Find the area of the window which permits the maximum light inside the drawing room.

OR

(c) Find the width and height of window to permit maximum light inside the drawing room.

(ख) यदि अध्यापक को समस्या हल करने में कोई त्रुटि मिलती है, तो इसकी प्रायिकता ज्ञात कीजिए कि समस्या समूह B द्वारा हल नहीं की गई है। 2

38. श्रीमान शर्मा जी ने नया घर बनवाने के लिए एक वास्तु सलाहकार से परामर्श लिया। वास्तु सलाहकार ने उन्हें सुझाव दिया कि उनके अतिथि कक्ष में खिड़की का आकार आयत के ऊपर बने अर्धवृत्ताकार द्वार के रूप में होना चाहिए। खिड़की का परिमाप 14 मीटर है।



उपरोक्त सूचना के आधार पर निम्नलिखित प्रश्नों के उत्तर दीजिए:

(क) यदि अर्धवृत्ताकार द्वार की त्रिज्या x मीटर और आयताकार भाग की ऊँचाई y मीटर हो, तो y और x के बीच संबंध ज्ञात कीजिए। 1

(ख) खिड़की द्वारा घिरा क्षेत्रफल, x के पदों में ज्ञात कीजिए। 1

(ग) अतिथि कक्ष में अधिकतम रोशनी आने देने वाली खिड़की का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए। 2

अथवा 2

(ग) अतिथि कक्ष में अधिकतम रोशनी आने देने वाली खिड़की की चौड़ाई और ऊँचाई ज्ञात कीजिए।

* * * * *